EQUATIONS ANALYSIS OF LINEARIZED GINZBURG LANDAU

Article Information:

Received: October 19, 2013
Accepted: December 15, 2013

Keywords: Magnetic field, Ginzburg Landau equation, Schrödinger equation, Order parameter, Transition temperature, Vector potential.

Abstract: Landau Ginzburg Equations relate superconducting electron density with the applied magnetic field or the current. Therefore, one of the important aspects of the Ginzburg Landau theory is related to the treatment of mixed state and the intermediate state in the different classes of superconductors. This paper presents the study of the theoretical development of the solution of the equations of Landau Ginburg with the implementation of the terms and conditions of the energy, and the phenomenological parameters describe the relationship between the order parameter and vector potential by changes Landau Ginzburg parameters becomes similar to a Schrödinger equation for a free particle with a linear equation solution method. This equation is applied successfully in the study of the sample near the superconducting transition temperature either above or below it.

ANÁLISIS DE LAS ECUACIONES DE GINZBURG LANDAU LINEALIZADAS

Daniel Castellanos Coronado[1], M.Sc. (c), Edwin Sánchez Uriza[2], Esp.

Grupo de Investigación GEATIC, Facultad de Ingeniería, Fundación Universitaria Juan de Castellanos, Tunja, Colombia.

[1]dcastellanos@jdc.edu.co,[2]esanchez@jdc.edu.co

Información del artículo:

Recibido: 19 de octubre de 2013
Aceptado: 15 de diciembre de 2013

Resumen: Las ecuaciones de Ginzburg Landau relacionan la densidad de electrones superconductores con el campo magnético aplicado o las corrientes. Por lo cual uno de los aspectos relevantes de la teoría de Ginzburg Landau está relacionado con el tratamiento del estado mixto y del estado intermedio en los diferentes clases de superconductores. En este artículo presentamos el estudio del desarrollo teórico de la solución de las ecuaciones de Ginburg Landau con la implementación de condiciones como los términos de la energía, los parámetros fenomenológicos y los que describen la relación entre el parámetro de orden y vector potencial, mediante cambios de los parámetros de Ginzburg Landau se transforma en una ecuación lineal similar a una ecuación de Schrödinger para una partícula libre con un método de solución. Esta ecuación se aplica con éxito en el estudio de la muestra superconductora cerca de la temperatura de transición bien sea por arriba o por debajo de la misma.

Palabras Claves: Campo magnético, Ecuación Ginzburg Landau, Ecuación de Schrödinger, Parámetro de orden, Temperatura de transición, Vector potencial

1. INTRODUCCIÓN

En 1950, treinta años después del descubrimiento de la superconductividad, Vitaly Ginzburg y Lev Landau (G-L) propusieron un modelo fenomenológico para la superconductividad, actualmente es una herramienta que permite desarrollar una idea precisa de la superconductividad en cercanías de la temperatura crítica, ampliamente desarrollada cuando un tratamiento microscópico se torna bastante complicado. Anteriormente, Landau ya había establecido una teoría general que describía la termodinámica de las transiciones de fase de segundo orden. La idea principal de Landau fue presentar la energía libre como una expresión en términos de una cantidad llamada parámetro de orden, el cual ayudaría a establecer la forma de la transición misma en cercanías de la temperatura de transición [1] [2].

2. REVISIÓN TEÓRICA DE LAS ECUACIONES DE GINZBURG LANDAU

Restringimos esta ecuación a películas delgadas o cables en el cual , por la tanto, $|\psi|$ no varía apreciablemente. Evidentemente esta restricción excluye fenómenos interesantes, colocando un volumen o una película en un campo o situándolos paralelos al campo. Se tratarán estos casos mirando minuciosamente todas las complicaciones de un par acoplado de ecuaciones diferenciales no lineales, primero estudiaremos la solución de la ecuación linealizada de Ginzburg Landau, eliminando el termino $\beta|\psi|^2$ en la ecuación [3] [4].

$$\alpha\psi^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^2\psi + \frac{1}{2m^*}\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - \frac{e^*}{c}A\right)^2\psi = 0 \qquad (1)$$

El cual corresponde a eliminar el término $\frac{\beta}{2}|\psi|^2$ en la ecuación.

$$f_s = f_n + \frac{h^2}{8\pi} + \alpha|\psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^4 + \frac{1}{2m^*}\left|\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - \frac{e^*}{c}A\right)\psi\right|^2 \qquad (2)$$

Estas omisiones pueden ser justificadas solo si porque cuando $\psi \approx \psi_\infty$, el término en β es de igual orden de magnitud como el primero en α. Todo esto es la teoría linealizada, la cual puede ser apropiada cuando el campo magnético es reducido, ψ tiende a un valor mucho más pequeño que ψ_∞ [5] [6] [7].

Usando la siguiente definición:

$$\xi(T) = \frac{\hbar^2}{2m^*|\alpha(T)|}\alpha\frac{1}{1-t} \qquad (3)$$

Relacionando α con ξ, podemos escribir la forma linealizada de la ecuación diferencial.

$$\alpha\psi^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^2\psi + \frac{1}{2m^*}\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - \frac{e^*}{c}A\right)^2\psi = 0 \qquad (4)$$

Como

$$\left(\frac{\nabla}{i} - \frac{2\pi\vec{A}}{\Phi_0}\right)^2\psi = -\frac{2m^*}{\hbar^2}\psi \equiv \frac{\psi}{\xi^2(T)} \qquad (5)$$

La simplificación inicial surge en la anterior ecuación con $\vec{A} = \vec{A}_{ext}$, donde examinando todos los efectos debido a las súper corrientes que son proporcionales a $|\psi|^2$, y esto lleva a que los términos de alto orden sean puestos en la aproximación lineal. De este modo, en esta aproximación, la segunda ecuación de Ginzburg Landau [8]:

$$\vec{J} = \frac{e^*}{m^*}|\psi|^2\left(\hbar\nabla\varphi - \frac{e^*}{c}\vec{A}\right) = e^*|\psi|^2\vec{V_s} \qquad (6)$$

Donando la corriente, es desacoplada de la primera ecuación de Ginsburg Landau, en la cual gobierna ψ llevando a una gran simplificación matemática [9] [10].

La ecuación (6) es idéntica con la ecuación de Schrödinger para una partícula de masa m^* y carga $e^* = 2e$ en un campo magnético $\vec{h} = \nabla \times \vec{A}$ con $-\alpha = |\alpha|$ jugando un rol del valor propio de la energía. Esta propiedad produce varias soluciones y métodos, familiares a la mecánica cuántica, para ser aplicado directamente a la superconductividad [11]. En una situación particular, es aplicado para determinar los campos en los cuales existen soluciones para la ecuación linealizada de Ginsburg Landau. En el caso de las ecuaciones de Ginsburg Landau no linealizadas las soluciones son posibles con amplitudes infinitesimales, por simple igualación de $\frac{1}{\xi^2(T)}$ con el campo dependiente de valores propios del operador de la izquierda de la ecuación (6). El campo de valores determina este camino, que corresponde al campo crítico para la transición de segunda fase [12].

Una aplicación es el cálculo del campo magnético crítico superior de un superconductor tipo II [13] [14]. Como el campo magnético aumenta sobre H_{c1}, y la densidad de líneas de flujo se incrementa, ese punto se alcanza donde la distancia entre las líneas de flujo son del mismo orden del núcleo de los vórtices [15,16]. Cuando ocurre la transición de estado normal y el campo donde ocurre es llamado campo crítico superior [17], designado por H_{c2} el parámetro de orden es más pequeño y la teoría de Ginzburg Landau aprovecha tener una muy buena descripción [18] [19].

Para calcular H_{c2} linealizando la primera ecuación de Ginzburg Landau, donde el parámetro de orden desaparece justo en H_{c2} [20].

$$\frac{\hbar^2}{2m^*}[\nabla - \frac{ie^*}{\hbar c}\vec{A}(\vec{r})]^2\psi(r) + \alpha\psi(r) + \beta[\psi(r)]^2\psi(r) = 0 \quad (7)$$

Transformamos la ecuación (7) en

$$\frac{\hbar^2}{2m^*}[\nabla - \frac{ie^*}{\hbar c}\vec{A}(\vec{r})]^2\psi + \alpha\psi = 0 \quad (8)$$

Esta ecuación es igual a la ecuación de Schrödinger para una partícula con energía, $-\alpha$ masa, m^* y carga e^*, en un campo magnético $\vec{H}$, asociado con el vector potencial $\vec{A}$. El campo magnético uniforme $\vec{H}_0 \| \hat{z}$.

La solución de la ecuación (8) es fácil de encontrar con el llamado gauge de Landau donde se expresa el vector potencial como:

$$\vec{A} = H_0\hat{y}x \quad (9)$$

La ecuación de Ginzburg Landau es:

$$\frac{\hbar^2}{2m^*}[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + (\frac{\partial}{\partial y} - \frac{ie^*\vec{H}_0}{\hbar c}x)^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}]\psi = -\alpha\psi \quad (10)$$

Si se hace separación de variables en la ecuación (10) escribiendo, $\psi_{n,k_z k_y (x,y,z)} = e^{ik_z z + ik_y y}u_n(x)$ esta es la función de onda que insertamos en (10):

$$[\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{d}{dx^2} + \frac{1}{2}m^*\omega_c^2(x_0 - x)^2 u_n(\mathrm{x}) = \varepsilon_n u_n(x) \quad (11)$$

La ecuación (12) es una ecuación de Schrödinger de un oscilador armónico con frecuencia $\omega_c = |e^*|\frac{H_0}{m^* c}$ con energía [20]

$$\varepsilon_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_c \quad (12)$$

Teniendo esto en el origen x_0 de todas las funciones de onda son:

$$\psi_{n,k_z k_y (x,y,z)} = e^i(k_y y + k_z z)e^{-(x-x_0)^2/2a^2_H}H_n\frac{(x-x_0)}{a_H} \quad (13)$$

Solo para pequeños valores propios $n = 0, k_z = 0$ es una solución correspondiente al campo más intenso en el cual la superconductividad puede nuclear en el interior de la muestra, esto es solamente valido en la teoría linealizada como descripción de la superconductividad [21].

$$-\alpha = \frac{1}{2}\hbar\omega_c \quad (14)$$

$$H_{c2} = -\frac{2m^*c\alpha}{\hbar e^*} = \frac{2m^*c}{\hbar e^*}a(\mathrm{T}_c - T) \quad (15)$$

O como comúnmente escrita

$$H_{c2} = \frac{\phi_0}{2\pi\xi^2} \quad (16)$$

En términos de la longitud a_H. La ecuación (16) también puede ser escrita como $a_{Hc2} = \xi$. De la ecuación (15) se observa que H_{c2} tiende a cero en T_c y se incrementa linealmente por debajo de esta temperatura. Recordando que $n_L = \frac{B}{\phi_0}$ y observando en (16) que es acorde con el orden de magnitud estimado para H_{c2}. Este campo crítico superior hallado corresponde para superconductores de tipo II, es decir, alta temperatura crítica y alta anisotropía planar.

3. CONCLUSIONES

Restringiendo el vector potencial *A*, los parámetros fenomenológicos α y β, el parámetro de orden y se puede obtener una teoría linealizada para calcular el campo crítico superior. Con la segunda ecuación de Ginzburg Landau, haciendo ciertos cambios y colocando condiciones, se logra obtener una gran simplificación matemática y transformarla en una ecuación de Schrödinger para una partícula libre cuya solución tiene varios métodos.

REFERENCIAS

[1] O. Ortiz Díaz, J. Roa-Rojas, D. A. Landínez Téllez, J. Albino, Estructura Cristalina del nuevo óxido tipo perovskita compleja Ba2NdZrO5, Aguiar Mod. Phys. Lett. B. Vol. 18(1035), 2004.

[2] Tinkham, Introduction to Superconductivity, New York, McGraw-Hill, 1975.

[3] H. Brandt, High-Temperature Superconductor thin Films at Microwave Frequences, Rep. Progr. Phys. 58, 1995, pp. 1465-1594.

[4] H. Brandt and G. P. Mikitik, Magneto-Optical Imaging, Phys. Rev. Lett., 85, 2000, pp. 41-64.

[5] W. Ung-Chun, Y. Tzong-Yer, Current Distribution and Vortex-Vortex Interaction in a Superconducting Film of Finite Thickness Appl. Phys., 35, 1996, pp.56-96.

[6] E. H. Carneiro, Scanning Hall Probe Microscopy of Superconductors in YBCO Brandt, Phys. Rev. 61, 2000, pp.63-70.

[7] R. Clem, Physical Properties of High Temperature Superconductors, Phys. Rev., 43, 1991.

[8] H. Brandt, The Vortex Lattice in Conventional and High – Tc Superconductors, Phys. Rev., 34, 1986.

[9] A. Abrikosov, L. P. Gorkov, I. E. Dzyaloshinski, Methods of Quantum Field Theory in Statistical Physics, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1963.

[10] G. Kogan et al., The vortex Lattice in High Tc Superconductors, Phys. Rev. Vol. 54, 1996.

[11] H. Brandt, U. Essmann, Material Science, Fundamental Properties and some Future Electronic Applications, phys. stat. sol., Vol. 144, 1987.

[12] H. Brandt, High – Tc Superconductors and Related Materials, Phys. Stat. Sol. B. Vol. 77, 1976.

[13] M. Babich, Yu. V. Sharlai, G. P. Mikitik, Fiz Nizk, Statics and Dynamics of the Vortex Lattice in High Tc Superconductors, Low-Temp., Phys. Vol. 20, 1994.

[14] M. V. Blatter, V. B. Feigelman, A. I. Geshkenbein, V. M. Larkin, Superconductive Analog of spin glasses, 1987.

[15] Vinokur, Frontiers in Superconducting Materials, Rev. Mod. Phys. Vol. 66, 1994.

[16] P. Mikitik, E. H. Brandt, Nonlinear magnetization of metal films in weak magnetic fields, Phys. Rev., B 64, 2001, pp. 1-14.

[17] Labusch, T. B. Doyle, Physics and Materials Vortex States, Physica C, Vol. 290, 1997.

[18] J. R. Hao, M. W. Clem, L. McElfresh, A. P. Civale, F. Malozemov, Holtzberg, Physycs and Materials Science of vortex states, flux pinning and dynamics, Phys. Rev., B 43, 1991.

[19] R. Clem, Current Distribution and Vortex Interaction in Superconductors, Low Temp., Phys. Vol. 18, 1975.